

KONSTRUKSI ABSTRAKSI REFLEKTIF SISWA DALAM KONSEP BARISAN DAN DERET BERDASARKAN TEORI APOS

Desy Nofita Sari¹, Dr. Surya Sari Faradiba, M.Pd², Anies Fuady, M.Pd³

^{1,2,3} Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Islam Malang

Email: ¹dessypratama33@gmail.com, ²suryasarifaradiba@unisma.ac.id, ³fuadyanies@gmail.com

Abstrak

Tujuan penelitian ini untuk mengeksplorasi proses konstruksi abstraksi reflektif siswa dalam konsep barisan dan deret berdasarkan teori APOS. Metode yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian fenomenologi. Subjek yang diteliti sebanyak empat siswa SMP kelas VIII dengan instrumen soal *non-routine* konsep barisan dan deret. Hasil dari penelitian ini memperoleh data bahwa dari empat subjek tersebut melakukan abstraksi reflektif dengan baik dengan dikaitkan pada teori-teori APOS. Apabila dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret subjek melakukan konstruksi abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS dengan penyelesaian akhir yang benar maka dapat dikatakan bahwa subjek memiliki kemampuan abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS dengan baik. Sedangkan untuk subjek melakukan konstruksi abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS dengan penyelesaian akhir yang salah maka dapat dikatakan bahwa subjek memiliki kemampuan abstraksi reflektif kurang baik berdasarkan teori APOS.

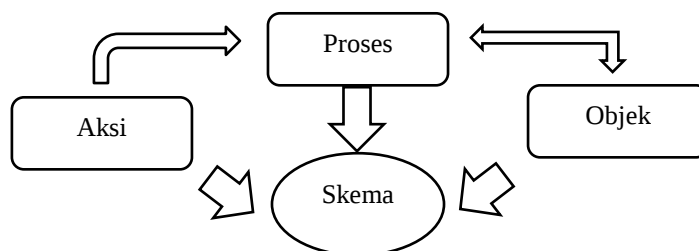
Kata kunci: abstraksi reflektif, Teori APOS, barisan dan deret

PENDAHULUAN

Simon, dkk (2004: 36) mengemukakan bahwa belajar matematika adalah proses transformasi dari pengetahuan dan tindakan seseorang. Sebagai proses transformasi, telah banyak penelitian menunjukkan bahwa terdapat kesulitan dalam matematika tingkat lanjut, terutama untuk siswa tahun pertama. Sejalan dengan hal tersebut, Nardi (2017: 11) menunjukkan ada ketegangan kognisi dalam proses transisi dari matematika sekolah menjadi matematika tingkat lanjut. Pada awal matematika tingkat lanjut menurut Nardi (2017: 11), kemampuan abstraksi matematika merupakan hal yang mendesak. Pernyataan ini sejalan dengan Beth & Piaget (dalam Nisa, 2020: 1), menyatakan bahwa abstraksi reflektif sangat penting untuk pengembangan konsep matematika lanjutan karena konstruksi matematika diproses melalui abstraksi reflektif. Untuk mengatasi transisi ini Nardi (2017: 17), menyarankan agar belajar matematika pada tingkat lanjut harus mencakup lima karakteristik, yaitu: *collaborative*, *mathematically focused*, *spesific*, *non-prescriptiv*, dan *non-prescriptive*.

Thomas, dkk (2015: 271) mengatakan bahwa setidaknya ada empat studi perspektif oleh peneliti untuk menganalisis pembelajaran dalam periode transisi ini, salah satunya adalah APOS (*Action, Process, Object, Schema*). Arnon, dkk (dalam Nisa 2020: 2), menyatakan APOS adalah kelanjutan dari Teori Piaget tentang abstraksi reflektif, diterapkan pada pemikiran matematika

tingkat lanjut. Dalam teori APOS, abstraksi reflektif terdiri dari mekanisme mental yang meliputi *interiorization, encapsulation, coordination, observation, de-encapsulation, and thematization*. Teori APOS telah berkembang selama 30 tahun sejak pertama kali ditinjau dan masih memungkinkan untuk terus disempurnakan untuk mendapatkan identifikasi atau diagnosis terbaik dari bagaimana konsep matematika dikembangkan di benak siswa. Karena alasan ini, setiap studi tentang APOS akan berkontribusi pada pengembangan konsep melalui proses abstraksi reflektif, sebagai pelengkap untuk membuatnya sempurna. Misalnya, penelitian yang dilakukan oleh Afgani et al (2017: 3) tentang tingkat pemahaman siswa dalam limit fungsi berdasarkan teori APOS. Level yang dimaksud dalam penelitian ini adalah Aksi, Proses, Objek, dan Skema. Ini berbeda dari yang disajikan oleh Arnon, dkk yang menjelaskan *Action* itu Proses, Objek, dan Skema tidak mewakili level, tetapi tahapan konstruksi individu pemahaman.



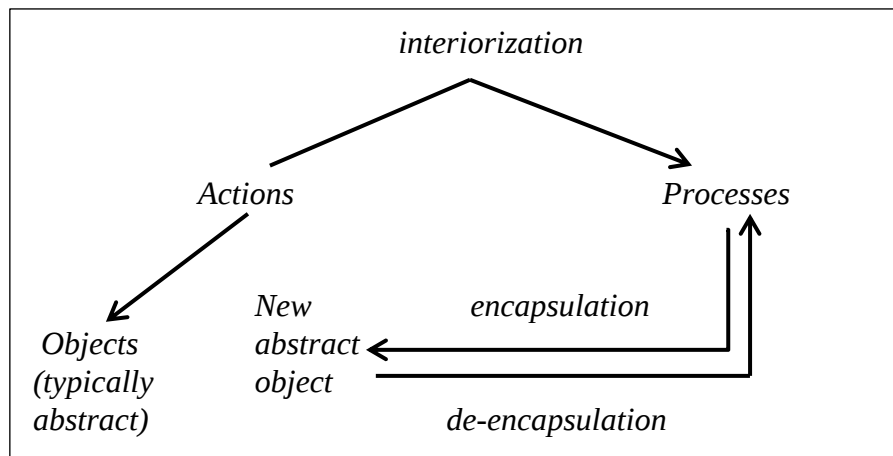
Bagan 1.1 Gambaran Proses Pemahaman Menurut Teori APOS.

Keempat komponen teori APOS yaitu aksi, proses, objek dan skema merupakan komponen yang saling berkaitan satu dengan yang lain dan sangat berguna untuk menganalisis kemampuan pemahaman siswa mempelajari konsep-konsep matematika. Indikator-indikator kemampuan pemahaman siswa dalam mempelajari konsep matematika berdasarkan Teori APOS sebagai berikut:

Tabel 1.2 Indikator-indikator kemampuan pemahaman siswa dalam mempelajari konsep matematika berdasarkan Teori APOS

Tahap APOS	Indikator Kemampuan Siswa Dalam Memahami Konsep Matematika
Aksi	1. Siswa membaca/mengamati soal dan mulai memahami 2. Siswa menjabarkan barisan bilangan dengan memberikan simbol tertentu pada barisan
Proses	1. Siswa mengkoordinasi strategi baru untuk melanjutkan barisan bilangan yang disediakan 2. Siswa menghitung barisan bilangan agar pola barisan memiliki aturan tertentu 3. Siswa dapat menjelaskan mengenai langkah-langkah penyelesaian yang diambil
Objek	1. Siswa mampu menentukan sifat-sifat suatu konsep 2. Siswa mampu menentukan rumus setelah pola barisan bilangan telah memiliki pola bilangan yang sesuai 3. Siswa memahami sifat secara konseptual
Skema	1. Setelah menentukan rumus, siswa menggunakan rumus tersebut untuk menentukan semua suku bilangan pada barisan. 2. Siswa dapat menghubungkan konsep pada tahap aksi, proses dan objek dengan konsep yang lainnya

Dalam prosesnya dari aksi ke proses dikatakan interiorisasi, dari proses ke objek dikatakan enkapsulasi, sedangkan untuk kebalikannya dari objek ke proses dikatakan de-enkapsulasi. Apabila siswa telah melakukan abstraksi reflektif dengan memenuhi proses pada teori APOS secara lengkap maka siswa tersebut memiliki kemampuan penyelesaian abstraksi sangat baik. Adapun skema yang menunjukkan proses abstraksi reflektif pada siswa berdasarkan teori APOS:



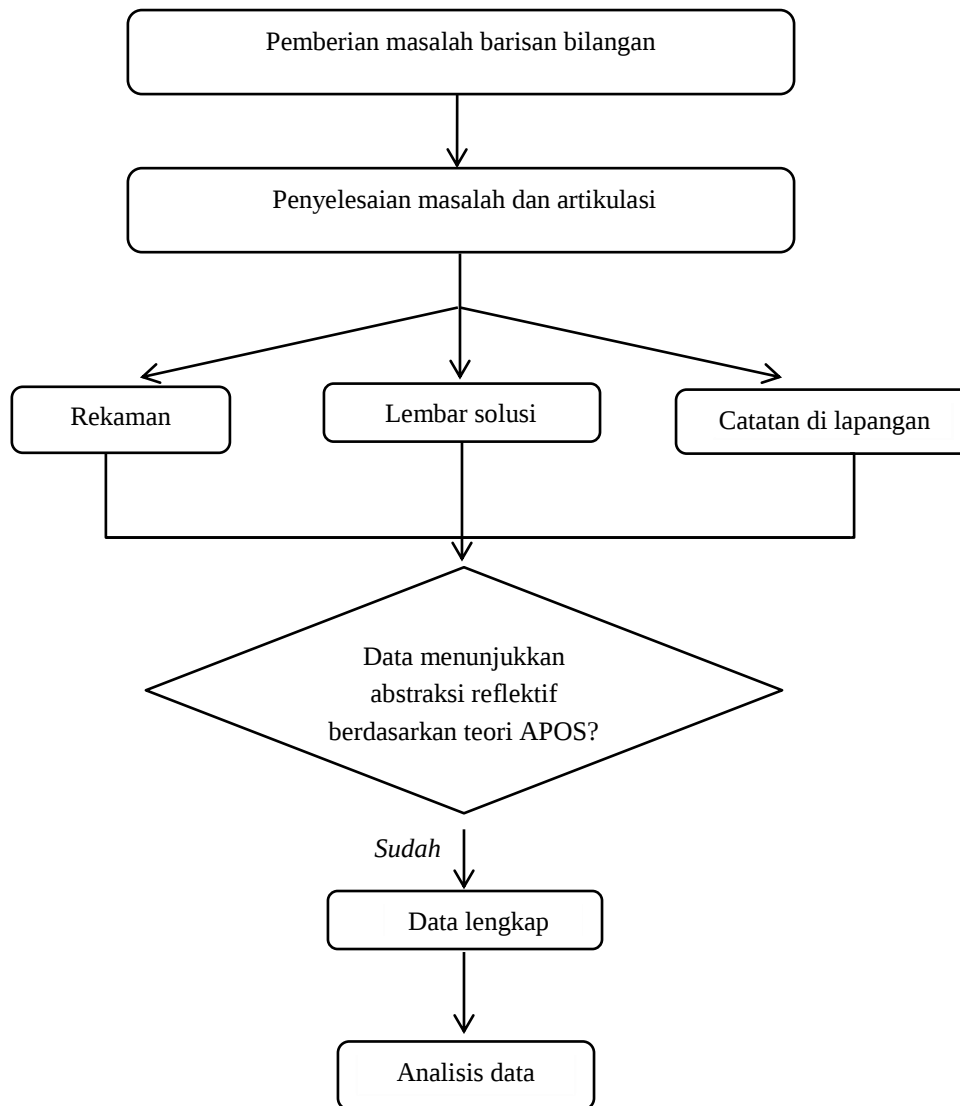
Bagan 1.3 Skema proses abstraksi reflektif pada siswa berdasarkan teori APOS

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengeksplorasi proses konstruksi abstraksi reflektif siswa dalam konsep Barisan dan Deret berdasarkan teori APOS. Dibandingkan dengan studi sebelumnya, penelitian ini akan memperkaya studi implementasi APOS pada abstraksi reflektif, sebagai bagian penting dalam pengembangan berpikir matematika tingkat lanjut. Namun, jika penelitian sebelumnya sebagian besar dilakukan pada materi matematika lanjutan, penelitian ini meneliti subjek awal matematika tingkat lanjut, seperti yang dilakukan oleh Maharaj (2014: 54) yang menggunakan materi Integral. Menjelajahi proses konseptualisasi konsep awal pembelajaran siswa secara lanjutan Matematika itu penting karena akan terlihat kendala siswa dalam proses transisi berpikir dari matematika sekolah ke matematika lanjutan.

METODE

Pendekatan pada penelitian ini adalah pendekatan kualitatif. Dalam kajiannya, Sugiono (2016: 8) pendekatan kualitatif merupakan pendekatan penelitian yang berlandaskan fenomenologi dan paradigma konstruktivisme dalam mengembangkan ilmu pengetahuan. Jenis penelitian yang diterapkan yaitu penelitian dengan pendekatan fenomenologi. Menurut Creswell (dalam Laja, 2020: 10) yaitu pendekatan fenomenologi adalah metode yang dilakukan oleh peneliti untuk mengetahui fenomena yang terjadi secara alamiah. Metode fenomenologi ini menekankan pada pengalaman manusia dan bagaimana manusia menginterpretasikan pengalamannya. Pendekatan fenomenologi mampu menggambarkan arti dari pengalaman hidup untuk beberapa orang tentang sebuah konsep atau fenomena. Orang-orang yang terlibat dalam menangani sebuah fenomena melakukan eksplorasi terhadap kesadaran sebuah pengalaman hidup yang dihadapinya.

Prosedur pengumpulan data atau alur dalam pengumpulan data adalah bertujuan untuk mendapatkan hasil data observasi penelitian sesuai yang diharapkan. Prosedur pengumpulan data harus dilakukan dengan jelas dan benar sehingga dapat dilanjutkan untuk pengecekan keabsahan data kemudian analisis data. Adapun gambaran prosedur pengumpulan data dalam penelitian ini, digambarkan sebagaimana gambar di bawah ini:

**Bagan 3.1 Prosedur Pengumpulan Data**

Analisis data yang digunakan oleh peneliti dalam penelitian ini adalah model interaktif dari Huberman dan Miles. Terdapat tiga komponen utama dalam analisis data model interaktif, yaitu: (1) reduksi data, (2) penyajian data dan (3) penarikan kesimpulan/verifikasi. Ketiga komponen tersebut merupakan kegiatan yang saling terkait satu dengan yang lain pada saat sebelum, selama, dan sesudah pengumpulan data. Tahap reduksi data merupakan tahapan proses pemilihan, penyederhanaan, pengabstrakan, dan mentransformasi data kasar yang muncul dari catatan tertulis di lapangan. Proses reduksi data ini dimaksudkan lebih menggolongkan, mengarahkan, membuang bagian data yang tidak diperlukan, dan mengelola datanya. Kegiatan reduksi data merupakan hal terpenting bagi peneliti karena terdapat proses memilah dan memilih data untuk memperoleh data yang lebih tajam dan jelas. Pengamatan ditujukan pada langkah-langkah solusi dan tindakan subjek dalam mengkonstruksi konsep melalui pola-pola bilangan atau idealisasi yang terkait dengan unsur-unsur konstruksi abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS.

Tahap penyajian data dapat diartikan sebagai sekumpulan informasi tersusun yang memungkinkan adanya penarikan kesimpulan dan pengambilan suatu tindakan. Pada tahap ini, peneliti menyajikan data melalui klasifikasi subjek dalam mengkonstruksi abstraksi reflektif dari

banyaknya unsur-unsur abstraksi reflektif yang subjek lakukan dengan berdasarkan teori-teori pada APOS. Peneliti juga membandingkan data antar beberapa subjek berupa solusi subjek dengan solusi peneliti sendiri terkait adanya perbedaan maupun kesamaan solusi yang memberikan indikasi mengenai konstruksi abstraksi reflektif (*reflective abstraction*) yang dilihat berdasarkan teori APOS. Pemaparan data dan analisisnya dalam penelitian ini yaitu pendeskripsian suatu kegiatan/kejadian/fenomena yang dilakukan oleh subjek secara naratif.

Pada tahap penarikan kesimpulan dimaknai sebagai penarikan data yang telah diringkas. Peneliti secara subjektif melakukan pemahaman dan interpretasi terhadap hasil penelitian ini. Beberapa hal terkait penarikan kesimpulan ini adalah melakukan pencatatan pola-pola yang sama dan pencarian kasus-kasus negatif. Karena dalam penelitian kualitatif biasanya memberikan ruang pada kemungkinan timbulnya pengetahuan baru yang berkembang pada saat penelitian, jadi tahap penarikan kesimpulan ini bukan merupakan kesimpulan akhir dari suatu penelitian. Peneliti menyimpulkan apa yang menjadi pertanyaan penelitian dalam fokus penelitian yaitu bagaimana pelevelan abstraksi reflektif siswa dalam menyelesaikan masalah barisan bilangan. Temuan dalam penelitian ini selama penelitian berlangsung, jadi peneliti tidak mengelompokkannya dalam simpulan yang jelas.

HASIL (Level II)

a. Subjek 1 (S1)

1. Aksi ditunjukkan pada konstruksi Interiorisasi
Subjek dapat memahami masalah yang diberikan dengan mampu menuliskan apa yang diketahui dan yang diminta. Subjek juga mampu menjabarkan strategi untuk penyelesaian masalah barisan dan deret dengan baik.
2. Proses ditunjukkan pada konstruksi Koordinasi
Subjek mampu mengkonstruksi barisan bilangan baru dengan cara yang subjek susun sendiri.
3. Objek ditunjukkan pada konstruksi Enkapsulasi
Subjek dapat menyusun rumus umum barisan bilangan apabila bilangan dilanjutkan hingga suku ke- n dengan menggunakan rumus aritmatika setelah mengkonstruksi barisan bilangan baru seperti yang ada pada konstruksi koordinasi.
4. Skema ditunjukkan pada konstruksi Generalisasi
Subjek menerapkan dan menggunakan rumus yang telah ditentukan tersebut untuk mencari solusi.
(solusi salah)

b. Subjek 2 (S2)

1. Aksi ditunjukkan pada konstruksi Interiorisasi
Subjek dapat memahami masalah yang diberikan dengan mampu menuliskan apa yang diketahui dan yang diminta. Subjek juga mampu menjabarkan strategi untuk penyelesaian masalah barisan dan deret dengan baik.
2. Proses ditunjukkan pada konstruksi Koordinasi
Subjek mampu mengkonstruksi barisan bilangan baru dengan cara yang subjek susun yaitu pola barisan segitiga.
3. Objek ditunjukkan pada konstruksi Enkapsulasi
Subjek dapat menyusun rumus umum barisan bilangan apabila bilangan dilanjutkan hingga suku ke- n dengan menggunakan rumus Un berderajat setelah mengkonstruksi barisan bilangan baru seperti yang ada pada konstruksi koordinasi.
4. Skema ditunjukkan pada konstruksi Generalisasi
Subjek menerapkan dan menggunakan rumus yang telah ditentukan tersebut untuk mencari solusi.
(solusi benar)

c. Subjek 3 (S3)

1. Aksi ditunjukkan pada konstruksi Interiorisasi
Subjek dapat memahami masalah yang diberikan dengan mampu menuliskan apa yang diketahui dan yang diminta. Subjek juga mampu menjabarkan strategi untuk penyelesaian masalah barisan dan deret dengan baik.

2. Proses ditunjukkan pada konstruksi Koordinasi
Subjek mampu mengkonstruksi barisan bilangan baru dengan cara yang subjek susun dengan dikalikan 2 pada setiap suku..
3. Objek ditunjukkan pada konstruksi Enkapsulasi
Subjek dapat menyusun rumus umum barisan bilangan apabila bilangan dilanjutkan hingga suku ke- n dengan rumus geometri setelah mengkonstruksi barisan bilangan baru seperti yang ada pada konstruksi koordinasi.
4. Skema ditunjukkan pada konstruksi Generalisasi
Subjek menerapkan dan menggunakan rumus yang telah ditentukan tersebut untuk mencari solusi.
(solusi benar)

d. Subjek 4 (S4)

1. Aksi ditunjukkan pada konstruksi Interiorisasi
Subjek dapat memahami masalah yang diberikan dengan mampu menuliskan apa yang diketahui dan yang diminta. Subjek juga mampu menjabarkan strategi untuk penyelesaian masalah barisan dan deret dengan baik.
2. Proses ditunjukkan pada konstruksi Koordinasi
Subjek mampu mengkonstruksi barisan bilangan baru dengan cara yang subjek susun yaitu dijumlahkan setiap sukunya dengan bilangan urut.
3. Objek ditunjukkan pada konstruksi Enkapsulasi
Subjek dapat menyusun rumus umum barisan bilangan apabila bilangan dilanjutkan hingga suku ke- n dengan rumus barisan aritmatika setelah mengkonstruksi barisan bilangan baru seperti yang ada pada konstruksi koordinasi.
4. Skema ditunjukkan pada konstruksi Generalisasi
Subjek menerapkan dan menggunakan rumus yang telah ditentukan tersebut untuk mencari solusi.
(solusi salah)

PEMBAHASAN (Level II)

1. Subjek 1 (S1)

Kemampuan abstraksi siswa dalam menyelesaikan masalah juga sangat diperlukan, sejalan dengan pendapat Goodson-Espy (dalam Fuady, 2018: 465) menyatakan hasil abstraksi mental seseorang adalah skema yang digunakan untuk memahami berbagai hal, mencari solusi, ataupun memecahkan masalah. Dalam kegiatan pemecahan masalah dalam suatu situasi, siswa sering menghubungkan aktivitas ke situasi pemecahan masalah yang berikutnya. Sehingga siswa akan lebih kreatif dalam menghadapi dan menyelesaikan masalah yang berikutnya. Dilihat dari penyelesaian S1 yang berikutnya, S1 membentuk barisan bilangan baru untuk menentukan rumus umum jika barisan bilangan dilanjutkan hingga suku ke- n . Pada langkah tersebut, S1 mampu menata ulang struktur barisan dan mampu menentukan rumus umumnya tetapi hasil dari rumus tersebut apabila disubstitusikan tidak dapat menghasilkan nilai yang sama dengan barisan bilangan awal yang utuh. Disini S1 tidak memperhatikan hubungan aktivitas ke situasi pemecahan masalah yang berikutnya. Hal itulah yang menjadi abstraksi reflektif S1 mengalami kesalahan meskipun aktivitas abstraksi nya dilakukannya dengan lengkap dan baik.

Aktivitas selanjutnya yaitu pada teori APOS yang dinyatakan oleh Arnon (dalam Nisa, 2020: 2) bahwa APOS (Aksi, Proses, Objek dan Skema) adalah kelanjutan dari Teori Piaget tentang abstraksi reflektif, diterapkan pada pemikiran matematika tingkat lanjut. S1 telah melakukan Aksi (*action*) yang ditunjukkan dengan aktivitas abstraksi reflektif pada komponen interiorisasi. Konstruksi yang ditunjukkan oleh S1 yaitu langkah awal S1 dengan memahami permasalahan barisan dan deret yang dihadapi. Selanjutnya, S1 melakukan Proses yang ditunjukkan dalam komponen koordinasi dengan menyusun strategi untuk solusi penyelesaiannya. S1 melakukan Objek dengan adanya konstruksi enkapsulasi yaitu menerapkan langkah-langkah penyelesaian yang sudah ada sebelumnya bukan dengan langkah-langkah yang baru yaitu membentuk barisan-barisan baru dan menentukan rumus umum

aritmatika yang sesuai dengan barisan yang dibuat. Secara konsep S1 telah melakukan operasi yang sama sampai dengan ditemukannya rumus umum untuk barisan bilangan yang dibuat oleh S1 tersebut. S1 juga bisa menjelaskan penyelesaian yang dilakukannya selama aktivitasnya. Tetapi, pada tahap ini S1 masih sedikit perlu arahan karena yang dijalankan oleh S1 dibawah kontrol serta hanya pemahaman S1 secara prosedural. Secara konseptual, S1 masih belum memahami permasalahan karena Skema dilakukan pada generalisasi dengan penemuan dan pembuktian rumus umum suku ke- n pada barisan bilangan baru yang telah dibuatnya tersebut tidak sesuai dengan barisan bilangan awal. Sehingga S1 telah memenuhi adanya teori APOS dengan mengkonstruksi abstraksi reflektif cukup baik tetapi tidak untuk penyelesaian masalah yang dihasilkan dikarenakan rumus umum suku ke- n yang dihasilkan tidak dapat dibuktikan sama dengan barisan bilangan dan deret awal.

2. Subjek 2 (S2)

Kemampuan abstraksi siswa dalam menyelesaikan masalah juga sangat diperlukan, sejalan dengan pendapat Goodson-Espy (dalam Fuady, 2018: 465) menyatakan hasil abstraksi mental seseorang adalah skema yang digunakan untuk memahami berbagai hal, mencari solusi, ataupun memecahkan masalah. Dalam kegiatan pemecahan masalah dalam suatu situasi, siswa sering menghubungkan aktivitas ke situasi pemecahan masalah yang berikutnya. Sehingga siswa akan lebih kreatif dalam menghadapi dan menyelesaikan masalah yang berikutnya. Dilihat dari penyelesaian S2 yang berikutnya, S2 menentukan rumus umum suku ke- n dengan menggunakan formula awal dari rumus umum U_n berderajat dua. Jadi, S2 menerapkan pengetahuan yang sudah ada sebelumnya. Pada langkah ini, S2 mampu membuktikan bahwa rumus umum yang dibentuk tersebut menghasilkan nilai yang sama dengan barisan bilangan awal.

Aktivitas selanjutnya yaitu pada teori APOS yang dinyatakan oleh Arnon (dalam Nisa, 2020: 2) bahwa APOS (Aksi, Proses, Objek dan Skema) adalah kelanjutan dari Teori Piaget tentang abstraksi reflektif, diterapkan pada pemikiran matematika tingkat lanjut. Disini S2 telah melakukan Aksi (*action*) yang ditunjukkan dengan aktivitas abstraksi reflektif pada komponen interiorisasi yaitu dengan memahami permasalahan barisan dan deret yang dihadapi. Kemudian, S2 melakukan Proses yang ditunjukkan dalam komponen koordinasi. Pada konstruksi koordinasi, S2 menunjukkan dengan menyusun strategi baru tetapi masih menetapkan rumus-rumus barisan bilangan yang sudah ada sebelumnya yaitu rumus U_n berderajat. Selanjutnya struktur Objek ditunjukkan oleh S2 yaitu dengan menerapkan rumus umum yang sesuai dengan barisan bilangan tetapi pada tahap ini S2 tidak memahami makna dari keterangan-keterangan yang ada pada rumus. Secara konseptual maupun prosedural S2 telah menguasai masalah barisan bilangan dan deret sehingga pada Skema terdapat pada konstruksi generalisasi. S2 menunjukkan dengan menghubungkan pemahaman dan proses penemuannya untuk membuktikan rumus umum yang telah ditetapkan tersebut dengan barisan bilangan awal. Hasil yang diperoleh oleh S2 adalah terbukti sama. Jadi, rumus yang ditetapkan tersebut menghasilkan nilai yang sama dengan barisan bilangan awal. S2 telah memenuhi adanya indikator abstraksi reflektif dan APOS dengan baik serta penyelesaian yang benar.

3. Subjek 3 (S3)

Kemampuan abstraksi siswa dalam menyelesaikan masalah juga sangat diperlukan, sejalan dengan pendapat Goodson-Espy (dalam Fuady, 2018: 465) menyatakan hasil abstraksi mental seseorang adalah skema yang digunakan untuk memahami berbagai hal, mencari solusi, ataupun memecahkan masalah. Dalam kegiatan pemecahan masalah dalam suatu situasi, siswa sering menghubungkan aktivitas ke situasi pemecahan masalah yang berikutnya. Sehingga siswa akan lebih kreatif dalam menghadapi dan menyelesaikan masalah yang berikutnya. Dilihat dari penyelesaian S3 yang berikutnya, S3 menentukan rumus umum jika barisan bilangan dilanjutkan hingga suku ke- n . Rumus umum tersebut diperoleh oleh S3 dengan menerapkan rumus umum barisan geometri. Pada langkah tersebut, S3 mampu menata antara

barisan dengan rumus dan menghasilkan nilai yang sama. Jadi, S3 juga menerapkan pengetahuan yang sudah ada seperti yang dilakukan oleh S2. Tetapi rumus umum yang digunakan oleh S3 tersebut menghasilkan nilai yang sama dengan barisan bilangan awal.

Aktivitas selanjutnya yaitu pada indikator APOS yang dinyatakan oleh Arnon (dalam Nisa, 2020: 2) bahwa APOS (Aksi, Proses, Objek, dan Skema) adalah kelanjutan dari Teori Piaget tentang abstraksi reflektif, diterapkan pada pemikiran matematika tingkat lanjut. Pada proses penyelesaiannya, S3 telah melakukan Aksi yang ditunjukkan dengan konstruksi interiorisasi. S1 menunjukkan dengan memahami permasalahan barisan dan deret yang ada. Tetapi untuk penyelesaian S3 ini terlihat tidak memerlukan langkah-langkah yang rinci, karena konsep kinerja S3 berupa kegiatan prosedural yaitu dengan mengikuti contoh-contoh yang sudah ada sebelumnya seperti pada saat pembelajaran di sekolah. Selanjutnya, S3 juga telah melakukan Proses dengan adanya konstruksi koordinasi. S3 menunjukkan dengan mampu menjelaskan langkah-langkah penyelesaiannya. Disini S3 memahami materi dan strategi secara konseptual dan prosedural, S3 mampu menempatkan rumus umum yang digunakan untuk barisan yang suku bilangannya telah dikalikan dua tersebut. Permasalahan barisan bilangan yang diberikan ini dianggap permasalahan yang baru ditemui oleh S3. Tetapi secara konseptual S3 memahami apa dan bagaimana penyelesaiannya. Sehingga dari paparan tersebut, S3 telah melakukan Objek yaitu dengan menerapkan rumus geometri tersebut untuk menentukan suku barisan bilangan tersebut apabila barisan tersebut dilanjutkan hingga suku ke- n . Selanjutnya, Skema pada konstruksi generalisasi yang ditunjukkan oleh S3 dengan menguraikan rumus umum geometri yang diperoleh S3 tersebut berdasarkan barisan yang diperoleh pada setiap semua suku bilangan yang ada. S3 menghubungkan-hubungan antara pemahaman dan proses pengerjaan oleh S3 sehingga rumus umum geometri tersebut dapat dibuktikan kebenarannya dengan barisan bilangan awal. Jadi, S3 disini telah melakukan proses penyelesaian yang berdasarkan teori APOS yang memuat konstruksi abstraksi reflektif dengan baik dan penyelesaian yang benar.

4. Subjek 4 (S4)

Kemampuan abstraksi siswa dalam menyelesaikan masalah juga sangat diperlukan, sejalan dengan pendapat Goodson-Espy (dalam Fuady, 2018: 465) menyatakan hasil abstraksi mental seseorang adalah skema yang digunakan untuk memahami berbagai hal, mencari solusi, ataupun memecahkan masalah. Tujuan siswa memiliki kemampuan pemecahan masalah yang baik yaitu agar siswa menjadi sering menghubungkan aktivitas pemecahan masalah pada saat ini ke aktivitas pemecahan masalah berikutnya yang akan datang. Sehingga siswa akan lebih kreatif dalam menghadapi dan menyelesaikan masalah yang berikutnya. Dilihat dari penyelesaian berikutnya oleh S4, S4 menentukan rumus umum jika barisan bilangan dilanjutkan hingga suku ke- n dengan menerapkan rumus umum barisan aritmatika. Pada langkah tersebut, S4 belum mampu menata ulang struktur barisan terhadap rumus tersebut tetapi mampu menentukan rumus umumnya sehingga hasil dari rumus tersebut apabila disubstitusikan tidak dapat menghasilkan nilai yang sama dengan barisan bilangan awal yang utuh. Disini S4 tidak memperhatikan hubungan aktivitas ke situasi pemecahan masalah yang berikutnya. Hal inilah yang menjadi abstraksi reflektif S4 mengalami kesalahan meskipun aktivitas abstraksi nya dilakukannya dengan lengkap dan baik.

Aktivitas selanjutnya yaitu pada indikator APOS yang dinyatakan oleh Arnon (dalam Nisa, 2020: 2) bahwa APOS (Aksi, Proses, Objek dan Skema) adalah kelanjutan dari Teori Piaget tentang abstraksi reflektif, diterapkan pada pemikiran matematika tingkat lanjut. Aksi yang dilakukan oleh S4 ditunjukkan pada konstruksi interiorisasi yaitu dengan memahami permasalahan barisan bilangan yang ada. S4 menentukan rumus umum suku ke- n dengan menerapkan rumus yang sudah ada tetapi untuk proses pencarian tiga bilangan selanjutnya diperoleh dengan caranya sendiri. Selanjutnya, disini S4 telah melakukan Proses pada langkah penyelesaian S4 terjadi pada konstruksi koordinasi. Pada proses penyelesaian, S4 sangat

membutuhkan arahan dari rangsangan eksternal. Karena secara umum S4 masih belum memahami secara konseptual dilihat dari respon S4 yang sedikit kurang lancar saat wawancara tidak terstruktur yang diberikan oleh peneliti. S4 mampu menjelaskan langkah-langkah dan menentukan rumus umum barisan bilangan yaitu dengan rumus aritmatika.

Pada struktur Objek, S4 menunjukkannya dengan menerapkan rumus aritmatika tersebut untuk menentukan suku bilangan selanjutnya apabila barisan bilangan tersebut dilanjutkan hingga suku ke- n . Setelah melakukan generalisasi pada Skema, rumus yang akan digunakan oleh S4 tidak menemukan titik solusi yang tepat. Hasil dari rumus tersebut tidak memberikan nilai yang sama dengan barisan bilangan awal yang telah ditentukan. Maka dari itu, solusi S4 yang tidak dapat dibuktikan tersebut mengartikan bahwa aktivitas Skema pada S4 terjadi pada konstruksi generalisasi yang tidak berhasil. Jadi, proses penyelesaian yang dilakukan oleh S1 sama dengan S4. Disini S4 telah memenuhi adanya teori APOS dengan memuat konstruksi abstraksi reflektif dengan cukup baik tetapi untuk solusi akhir penyelesaian masalah yang dihasilkan tidak ditemukan kebenarannya atau nilai yang dihasilkan dari rumus umum barisan bilangan tersebut tidak sama dengan barisan bilangan dan deret yang awal.

SIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini terdapat 4 subjek yang mengkonstruksi komponen abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS (Aksi, Proses, Objek, dan Skema). Adapun komponen-komponen pada abstraksi reflektif yaitu interiorisasi, koordinasi, enkapsulasi dan generalisasi. Interiorisasi terjadi ketika subjek mampu memahami permasalahan pada masalah barisan bilangan. Koordinasi terjadi ketika subjek mampu mengkonstruksi strategi baru untuk langkah-langkah penyelesaian masalah barisan bilangan. Enkapsulasi terjadi ketika subjek mampu menetapkan hasil konstruksi sebagai solusi penyelesaian. Dan generalisasi terjadi ketika subjek mampu membuktikan kebenaran dari semua langkah-langkah penyelesaian masalah barisan bilangan.

Berdasarkan teori APOS, diperoleh deskripsi aktivitas pada masing-masing komponen abstraksi reflektif yang dilakukan oleh empat subjek pada penelitian ini. *Pertama*, pada S1 konstruksi abstraksi reflektif yang dilakukan cukup baik tetapi dengan penyelesaian akhir yang kurang tepat. Konstruksi abstraksi reflektif pada S1 berdasarkan teori APOS yang akan dijelaskan sebagai berikut:

- a. Aksi, S1 menunjukkan dengan melakukan konstruksi interiorisasi dengan sudah memahami masalah yang akan diselesaikan tetapi belum mampu menemukan penyelesaiannya.
- b. Proses, S1 menunjukkan dengan melakukan konstruksi koordinasi. S1 menunjukkan dengan menyusun strategi baru sebagai solusi dalam permasalahan barisan dan deret tersebut.
- c. Objek, S1 menunjukkan dengan melakukan konstruksi enkapsulasi. Enkapsulasi yang dilakukan oleh S1 pada objek yaitu dengan menetapkan rumus umum barisan bilangan sebagai rumus penyelesaian pada masalah tersebut.
- a. Skema, S1 menunjukkan dengan melakukan konstruksi generalisasi. S1 mencoba membuktikan kebenaran atas rumus umum barisan bilangan tersebut dengan barisan bilangan yang ditentukan di awal menghasilkan nilai yang sama atau tidak. Dan hasil dari rumus yang digunakan oleh S1 ternyata memberikan hasil yang tidak sama dengan barisan dan deret awal. Jadi, struktur skema dari S1 ini dianggap gagal.

Kedua, konstruksi abstraksi reflektif pada S2 dilakukan sangat baik dengan penyelesaian akhir yang tepat. Konstruksi abstraksi reflektif pada S2 berdasarkan teori APOS yang akan dijelaskan sebagai berikut:

- b. Aksi, S2 menunjukkan dengan melakukan konstruksi interiorisasi dengan sudah memahami masalah yang akan diselesaikan dan mampu menemukan penyelesaiannya.

- c. Proses, S2 menunjukkan dengan melakukan konstruksi koordinasi. S2 menunjukkan dengan menyusun strategi baru tetapi masih menerapkan rumus umum barisan bilangan yang sudah ada sebelumnya yaitu rumus U_n berderajat.
- d. Objek, S2 menunjukkan dengan melakukan enkapsulasi yaitu dengan menerapkan kemudian menetapkan rumus umum barisan bilangan untuk semua solusi pada permasalahan tersebut sehingga S2 mampu menghubungkan antara pemahaman dengan langkah pengerjaannya.
- e. Skema, S2 menunjukkan dengan melakukan generalisasi yaitu dengan membuktikan rumus umum tersebut untuk penyelesaian masalah apakah memiliki nilai yang sama dengan barisan bilangan di awal. Hasil dari rumus yang digunakan oleh S2 ternyata memberikan hasil yang sama dengan barisan dan deret awal.

Ketiga, konstruksi abstraksi reflektif pada S3 dilakukan sangat baik dengan penyelesaian akhir yang tepat. Konstruksi abstraksi reflektif pada S3 berdasarkan teori APOS yang akan dijelaskan sebagai berikut:

- a. Aksi, S3 menunjukkan dengan melakukan interiorisasi. S3 telah memahami masalah yang akan diselesaikan dan mampu menemukan penyelesaiannya.
- b. Proses, yang ditunjukkan oleh S3 dengan melakukan konstruksi koordinasi. S3 menyusun strategi baru kemudian menentukan rumus umum barisan bilangan yaitu dengan menggunakan rumus geometri. Secara umum, rumus geometri sudah ada sebelumnya pada pembelajaran matematika.
- c. Objek, S3 menunjukkannya dengan melakukan enkapsulasi. Setelah menentukan rumus geometri untuk solusi penyelesaiannya, S3 menerapkan rumus tersebut untuk menentukan semua suku ke- n pada barisan bilangan tersebut.
- d. Skema, disini S3 juga menunjukkan dengan melakukan generalisasi. Setelah S3 menerapkan rumus geometri kemudian S3 membuktikan rumus umum barisan bilangan tersebut untuk mengetahui nilai yang dihasilkan untuk memberikan solusi yang sama dengan barisan bilangan awal atau tidak. Dan hasil dari rumus tersebut digunakan oleh S3 ternyata memberikan hasil yang sama dengan barisan dan deret awal.

Keempat, konstruksi abstraksi reflektif pada S4 dilakukan sangat baik dengan penyelesaian akhir yang tepat. Konstruksi abstraksi reflektif pada S4 berdasarkan teori APOS yang akan dijelaskan sebagai berikut:

- a. Aksi, S4 melakukan dengan menunjukkan konstruksi interiorisasi. S4 menginteriorisasi dengan adanya mencoba memahami terhadap permasalahan barisan bilangan yang akan diselesaikan dan mampu menemukan penyelesaiannya.
- b. Proses, S4 menunjukkannya dengan melakukan konstruksi koordinasi dengan menyusun strategi baru sama halnya dengan strategi yang dilakukan oleh subjek-subjek yang lainnya. Kemudian S4 menentukan rumus umum untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Rumus umum yang digunakan oleh S4 sebenarnya adalah rumus aritmatika. Tetapi pada struktur ini, proses berpikir dari S4 masih belum memahami konsep yang ada pada rumus aritmatika.
- c. Objek, S4 melakukan dengan adanya konstruksi enkapsulasi. Rumus aritmatika yang digunakan oleh S4 kemudian diterapkan untuk menentukan semua suku ke- n pada barisan bilangan tersebut. Disini S4 masih belum lengkap dan gagal dalam menyesuaikan antara konsep dengan proses penyelesaian dari rumus tersebut.
- d. Skema, S4 menyajikan dengan konstruksi generalisasi. S4 masih belum bisa mengkonfirmasi dan membuktikan rumus umum aritmatika tersebut untuk mengetahui nilai yang dihasilkan dari rumus tersebut akan memberikan nilai yang sama atau tidak. Dan hasil yang didapatkan oleh S4 ternyata nilainya tidak sama dengan barisan dan deret di awal. Sehingga struktur skema dari S4 gagal.

Simpulan dari konstruksi abstraksi reflektif yang dilakukan subjek berdasarkan teori APOS yaitu S1 dan S4 melakukan konstruksi abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS dengan lengkap dan cukup baik, tetapi rumus umum barisan bilangan yang ditentukan oleh kedua subjek ini tidak

dapat dibuktikan kebenarannya karena hasil dari rumus tersebut tidak menghasilkan nilai yang sama dengan suku-suku bilangan yang ada pada barisan dan deret di awal. Sedangkan untuk S2 dan S3 telah melakukan konstruksi abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS dengan lengkap dan sangat baik serta rumus umum yang ditentukan oleh kedua subjek ini dapat dibuktikan kebenarannya meskipun baik dari kedua subjek ini maupun dari dua subjek yang lainnya masih menerapkan rumus umum barisan bilangan yang sama pada pembelajaran matematika sebelumnya.

Berdasarkan temuan hasil analisis dan kajian penelitian ini adapun hal-hal yang disarankan adalah sebagai berikut:

1. Abstraksi reflektif adalah tindakan yang bersumber dari dalam kemampuan diri siswa dan kejadiannya secara internal yaitu menghasilkan ide, pengetahuan, dan penyelesaian baru yang disimpulkan oleh siswa tersebut. Kemampuan yang termuat di dalamnya yaitu kemampuan berpikir pada siswa. Sehingga abstraksi reflektif sangat penting bagi siswa untuk menyelesaikan masalah barisan dan deret. Oleh karena itu, bagi guru untuk sering memberikan contoh verbal dan soal *non-routine* kepada siswa yang menunjukkan abstraksi reflektif agar proses berpikir pada siswa menjadi lebih luas dalam suatu permasalahan matematika yang lainnya.
2. Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema) adalah alat untuk menganalisis secara lebih lanjut konstruksi pada abstraksi reflektif siswa. Apabila penyelesaian siswa melakukan struktur dari APOS dan memuat konstruksi abstraksi reflektif secara lengkap dan benar maka dikatakan bahwa siswa telah memahami permasalahan dan mampu menyelesaikannya. Oleh karena itu, bagi peneliti lain yang menindaklanjutinya untuk lebih mengaitkan dan mendeskripsikan keempat konstruksi abstraksi reflektif tersebut dengan struktur pada teori APOS dalam suatu kajian masalah matematika yang lainnya.
3. Penelitian ini adalah penelitian jenis kualitatif dengan pendekatan fenomenologi yang terdiri atas 4 subjek yaitu siswa jenjang menengah pertama kelas VIII. Untuk lebih mendapatkan gambaran serta penjelasan yang lebih mendalam maka bagi peneliti selanjutnya bisa lebih lanjut dalam memahami inti atau fokus dari suatu pengalaman yang dialami subjek-subjek dalam menyelesaikan permasalahan baru pada matematika yaitu dengan memberikan soal pendahuluan terlebih dahulu untuk mengetahui bagaimana proses berpikir awal pada siswa yang akan diteliti.

DAFTAR RUJUKAN

- Afgani, M, W., Suryadi, D., Dahlan, J, A. 2017. Analysis of Undergraduate Student' Mathematical Understanding Ability of the Limit of Function Based on APOS Theory Perspective. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series*. 895-012056, 1-7.
- Fuady, Anies., Purwanto., Bambang, Edy., Rahardjo. Swasono. 2018. Abstraksi Reflektif Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif. *Seminar Nasional Pendidikan Matematika Ahmad Dahlan 2018*. ISSN: 2407-7496. Hal: 464-471.
- Laja, Yosepha, P, W. 2020. Sebuah Studi Fenomenologi Mengenai Aturan Pindah Ruas Dalam Menyelesaikan Persamaan Linear Matematika. *Mathematics and Education Journal (Mandalika)*. Volume 2 (1): 10-20.
- Nardi, E. 2017. From Advanced Mathematical Thinking to University Mathematics Education: A Story of Emancipation and Enrichment. *CERME 10*, 8-31.
- Nisa, LC., Waluya, SB., Kartono., Mariani, S. 2020. Implementation of APOS Theory to Encourage Reflective Abstraction on Riemann Sum. *Journal of Physics: Conference Series*. 1567-032015, 1-5.
- Simon, Martin A. Tzur, Ron. Heinz, Karen. & Kinzel, Margaret. 2004. Explicating A Mechanism For Conceptual Learning: Elaborating The Construct Of Reflective Abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 35 (5): 305-329.
- Sugiyono. 2016. Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D. Bandung: PT Alfabet.

Thomas, M.O.J., de Freitas, Druck, I., Huillet, D., Ju, Mi-Kyung., Nardi, E., Rasmussen, C., Xie, J. (Ed). 2015. *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Seoul, Korea: Springer Open.